اجابات الدرس الأول

التوزيع الهندسي

كتاب الطالب

EDUMATHIX

اجابات الدرس الأول / التوزيع الهندسي
كتاب الطالب

مسألة اليوم صفحة 52	
$P(X=20)=\left(\frac{1}{12}\right)\left(1-\frac{1}{12}\right)^{20-1}$ $=\left(\frac{1}{12}\right)\left(\frac{11}{12}\right)^{19}$ ≈ 0.02	
اتحقق من فهمي صفحة 54	
a	- لدينا ست محاولات مستقلة - وفي كل محاولة، يمكن اعتبار ظهور الصورة نجاحًا ($p=\frac{1}{2}$) وظهور الكتابة فشلًا - واحتمال النجاح ثابت في كل مرة - لكن لا يتم التوقف عند أول نجاح، بل إنه يكمل 6 محاولات مهما كانت النتائج لذلك لا تمثل هذه التجربة تجربة احتمالية هندسية.
b	- لدينا محاولات مستقلة يتم تكرارها (محاولة إصابة الهدف) - في كل مرة يمكن اعتبار إصابة الهدف نجاحًا، وعدم إصابته فشلًا - احتمال النجاح في كل مرة ثابت وهو $p=0.6$ - يتم التوقف عند أول نجاح إذن هذه تجربة احتمالية هندسية لتحقق الشروط الأربعة.
اتحقق من فهمي صفحة 56	
a	$P(X=2)=(0.4)(1-0.4)^{2-1}$ $=(0.4)(0.6)$ $=0.24$
b	$P(X\le 3)=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)$ $=(0.4)(1-0.4)^{1-1}+(0.4)(1-0.4)^{2-1}+(0.4)(1-0.4)^{3-1}$ $=(0.4)+(0.4)(0.6)^1+(0.4)(0.6)^2$ $=0.784$

EDUMATHIX

اجابات الدرس الأول / التوزيع الهندسي
كتاب الطالب

c	$P(X>4)=1-P(X\le 4)$ $=1-\left(P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)\right)$ $=1-\left((0.4)+(0.4)(0.6)^1+(0.4)(0.6)^2+(0.4)(0.6)^3\right)$ $=0.1296$ حل آخر باستعمال القاعدة $P(X>x)=(1-p)^x$: $P(X>4)=(1-p)^4=(0.6)^4=0.1296$
تحقق من فهمي صفحة 58	
a	$P(X=10)=(0.1)(1-0.1)^{10-1}$ $=(0.1)(0.9)^9$ ≈ 0.039
b	$P(X>3)=(1-0.1)^3=(0.9)^3=0.729$
تحقق من فهمي صفحة 59	
	بما أن الطفل يكرر فتح العلب حتى يصل إلى علبة فيها لعبة، فيمكن اعتبار X عدد المحاولات متغيرًا عشوائيًا هندسيًا، أي: $X\sim Geo\left(\frac{1}{4}\right)\Rightarrow E(X)=\frac{1}{\frac{1}{4}}=4$
تدرب وأحل المسائل صفحة 59	
1	نبحث في تحقق الشروط الأربعة: - الشرط الأول: اشتمل التجربة على محاولات متكررة (تجيب أسماء عن عدة أسئلة) ومستقلة (الإجابة عن سؤال بشكل صحيح أو غير صحيح لا يؤثر في صحة الإجابة عن الأسئلة الأخرى)، إذن الشرط الأول محقق - الشرط الثاني: فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى نجاح (الإجابة بشكل صحيح)أو فشل (الإجابة بشكل غير صحيح)، هذا الشرط محقق - الشرط الثالث: ثبات احتمال النجاح في كل مرة، وهو 0.2 ، هذا شرط محقق الشرط الرابع: التوقف عند أول نجاح، وهو غير محقق، لأن أسماء ستتوقف بعد الإجابة عن الأسئلة جميعها. إذن، هذه التجربة العشوائية لا تمثل تجربة احتمالية هندسية.

EDUMATHIX

اجابات الدرس الأول / التوزيع الهندسي
كتاب الطالب

2	نبحث في تحقق الشروط الأربعة: - الشرط الأول: اشتمل التجربة على محاولات متكررة (تم رمي كرة السلة عدة مرات) ومستقلة (إحراز هدف أو عدمه في كل مرة لا يؤثر في نتيجة إحرازه في المرات الأخرى)، إذن الشرط الأول محقق - الشرط الثاني: فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى نجاح (إحراز الهدف)أو فشل (عدم إحراز الهدف)، هذا الشرط محقق - الشرط الثالث: ثبات احتمال النجاح في كل مرة، وهو 0.3 ، هذا شرط محقق - الشرط الرابع: التوقف عند أول نجاح، وهو محقق، لأن اللاعب سيتوقف بعد إحراز الهدف لأول مرّة. إذن، هذه التجربة العشوائية تمثل تجربة احتمالية هندسية.
3	$P(X=2)=(0.2)(1-0.2)^{2-1}$ $=(0.2)(0.8)^1$ $=0.16$
4	$P(X\leq 3)=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)$ $=(0.2)(0.8)^0+(0.2)(0.8)^1+(0.2)(0.8)^2$ $=0.488$
5	$P(X\geq 3)=1-P(X<3)$ $=1-\big(P(X=1)+P(X=2)\big)$ $=1-\big((0.2)(0.8)^0+(0.2)(0.8)^1\big)$ $=0.64$ حل آخر: $P(X\geq 3)=P(X>2)=(1-0.2)^2=(0.8)^2=0.64$
6	$P(3\leq X\leq 5)=P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)$ $=(0.2)(0.8)^2+(0.2)(0.8)^3+(0.2)(0.8)^4$ ≈ 0.312
7	$P(X<4)=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)$ $=(0.2)(0.8)^0+(0.2)(0.8)^1+(0.2)(0.8)^2$ $=0.488$
8	$P(X>4)=(0.8)^4\approx 0.410$

EDUMATHX

اجابات الدرس الأول / التوزيع الهندسي
كتاب الطالب

9	$P(1 < X < 3) = P(X = 2)$ $= (0.2)(0.8)^1$ $= 0.16$
10	$P(4 < X \leq 6) = P(X = 5) + P(X = 6)$ $= (0.2)(0.8)^4 + (0.2)(0.8)^5$ ≈ 0.147
11	$P(X < 1) = 0$
12	$P(X = 6) = \left(\frac{1}{8}\right)\left(1 - \frac{1}{8}\right)^{6-1}$ $= \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{7}{8}\right)^5$ $= \frac{16807}{262144} \approx 0.064$
13	$E(X) = \frac{1}{0.3} = \frac{10}{3} \approx 3.33$
14	$E(X) = \frac{1}{\frac{3}{7}} = \frac{7}{3} \approx 2.33$
15	$E(X) = \frac{1}{0.45} = \frac{100}{45} \approx 2.22$
16	$E(X) = \frac{1}{0.2} = 5$
17	$P(X > 3) = 0.512 \Rightarrow (1 - p)^3 = 0.512 \Rightarrow 1 - p = 0.8 \Rightarrow p = 0.2$ $E(X) = \frac{1}{0.2} = 5$
18	$E(X) = 8 \Rightarrow \frac{1}{p} = 8 \Rightarrow p = \frac{1}{8}$ $P(X < 4) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$ $= \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{7}{8}\right)^0 + \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{7}{8}\right)^1 + \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{7}{8}\right)^2$ ≈ 0.33

EDUMATHIX

اجابات الدرس الأول / التوزيع الهندسي
كتاب الطالب

19	$P(X=5)=(0.1)(1-0.1)^{5-1}$ $=(0.1)(0.9)^4$ ≈ 0.066 احتمال أن يجد مراقب الجودة أول وحدة إنارة معيبة بعد فحص 5 وحدات إنارة هو0.066 تقريبًا
20	$P(X>4)=1-P(X\le 4)$ $=1-\big(P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)\big)$ $=1-\big((0.1)(0.9)^0+(0.1)(0.9)^1+(0.1)(0.9)^2+(0.1)(0.9)^3\big)$ $=0.6561$ احتمال أن يفحص مراقب الجودة أكثر من 4 وحدات إنارة حتى إيجاد أول وحدة معيبة هو 0.6561 حل آخر: $P(X>4)=(1-0.1)^4=(0.9)^4=0.6561$
21	$E(X)=\frac{1}{0.10}=10$ إذن، يُتوقع أن يفحص مراقب الجودة 10 وحدات إنارة حتى يجد أول وحدة إنارة معيبة.
22	- لدينا محاولات مستقلة يتم تكرارها (تدوير مؤشر القرص وملاحظة أين يقف) - في كل محاولة يمكن اعتبار توقف المؤشر على اللون الأخضر نجاحًا، توقفه عند أي لون غير الأخضر فشلًا - احتمال النجاح في كل مرة ثابت وهو $p=\frac{1}{4}$ - يتم التوقف عند أول نجاح إذن هذه تجربة احتمالية هندسية لتحقق الشروط الأربعة. X عدد المحاولات للوصول إلى أول نجاح $X\sim Geo\left(\frac{1}{4}\right)\Rightarrow P(X=3)=\left(\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)^{3-1}=\frac{9}{64}$
23	$P(X\le 4)=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)$ $=\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^0+\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^1+\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^3$ $=\frac{1}{4}+\frac{3}{16}+\frac{9}{64}+\frac{27}{256}=\frac{175}{256}\approx 0.684$

EDUMATHIX

اجابات الدرس الأول / التوزيع الهندسي
كتاب الطالب

24	$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3)$ $= 1 - \left(P(X = 1) + P(X = 2)\right)$ $= 1 - \left(\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^0 + \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^1\right)$ $= 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{16}\right) = 1 - \frac{7}{16} = \frac{9}{16} \approx 0.563$ حل آخر: $P(X \geq 3) = P(X > 2) = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} \approx 0.563$
25	$P(X = 3) = \left(\frac{1}{6}\right)\left(1 - \frac{1}{6}\right)^{3-1}$ $= \left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^2$ $= \frac{25}{216}$
26	$P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3)$ $= 1 - \left(P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)\right)$ $= 1 - \left(\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^0 + \left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^1 + \left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^2\right)$ $= \frac{125}{216}$ حل آخر: $P(X > 3) = (1 - \frac{1}{6})^3 = (\frac{5}{6})^3 = \frac{125}{216}$

EDUMATHIX

اجابات الدرس الأول / التوزيع الهندسي
كتاب الطالب

27	الخطأ الذي وقعت فيه لانا هو أنها وضعت الأس 2 على احتمال الفشل $(1-p)$ والصحيح أن يكون الأس أقل من x بواحد أي: $x-1$، ويكون الحل الصحيح كما يأتي: $P(X=2)=\left(\frac{2}{5}\right)\left(1-\frac{2}{5}\right)^{2-1}$ $=\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right)^{1}$ $=\frac{6}{25}$
28	$P(X>3)=1-P(X\leq 3)$ $=1-\frac{819}{1331}$ $=\frac{512}{1331}$
29	$P(X=2)=0.21 \Rightarrow p(1-p)^{2-1}=0.21$ $\Rightarrow p(1-p)=0.21$ $\Rightarrow p-p^2=0.21$ $\Rightarrow p^2-p+0.21=0$ $\Rightarrow (p-0.7)(p-0.3)=0$ $\Rightarrow p=0.7 \ , \ p=0.3$ لكن $p>0.5$ ، إذن: $p=0.7$ $P(X=4)=0.7(1-0.7)^3\approx 0.019$

EDUMATHIX

اجابات الدرس الأول

التوزيع الهندسي

كتاب التمارين

EDUMATHIX

اجابات الدرس الأول / التوزيع الهندسي
كتاب التمارين

1	$P(X=4)=\frac{1}{8}\left(\frac{7}{8}\right)^3$ $=\frac{343}{4096}\approx 0.084$
2	$P(X\le 4)=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)$ $=\frac{1}{8}\left(\frac{7}{8}\right)^0+\frac{1}{8}\left(\frac{7}{8}\right)^1+\frac{1}{8}\left(\frac{7}{8}\right)^2+\frac{1}{8}\left(\frac{7}{8}\right)^3\approx 0.414$ حل آخر باستعمال القاعدة $P(X>x)=(1-p)^x$: $P(X\le 4)=1-P(X>4)$ $=1-\left(\frac{7}{8}\right)^4\approx 1-0.586\approx 0.414$
3	$P(X\ge 2)=1-P(X<2)$ $=1-P(X=1)$ $=1-\frac{1}{8}\left(\frac{7}{8}\right)^0$ $=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}=0.875$ حل آخر باستعمال القاعدة $P(X>x)=(1-p)^x$: $P(X\ge 2)=P(X>1)=\left(1-\frac{1}{8}\right)^1=\frac{7}{8}=0.875$
4	$P(3\le X<5)=P(X=3)+P(X=4)$ $=\frac{1}{8}\left(\frac{7}{8}\right)^2+\frac{1}{8}\left(\frac{7}{8}\right)^3\approx 0.179$
5	$P(X<2)=P(X=1)=\frac{1}{8}=0.125$
6	$P(X>5)=\left(1-\frac{1}{8}\right)^5=\left(\frac{7}{8}\right)^5\approx 0.513$
7	$P(1<X<3)=P(X=2)$ $=\frac{1}{8}\left(\frac{7}{8}\right)^1=\frac{7}{64}\approx 0.109$

EDUMATHX

اجابات الدرس الأول / التوزيع الهندسي
كتاب التمارين

8	$P(4 < X \le 6) = P(X = 5) + P(X = 6)$ $= \frac{1}{8}\left(\frac{7}{8}\right)^4 + \frac{1}{8}\left(\frac{7}{8}\right)^5 \approx 0.137$
9	$P(2 < X \le 4) = P(X = 3) + P(X = 4)$ $= \frac{1}{8}\left(\frac{7}{8}\right)^2 + \frac{1}{8}\left(\frac{7}{8}\right)^3 \approx 0.179$
10	$E(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.8} = \frac{10}{8} = 1.25$
11	$E(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.1} = 10$
12	$E(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.75} = \frac{100}{75} = \frac{4}{3} \approx 1.33$
13	$P(X = 10) = (0.7)(0.3)^9 \approx 0.00001$
14	$P(X \ge 2) = P(X > 1) = (1 - p)^1 = 1 - 0.7 = 0.3$
15	$E(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.7} = \frac{10}{7} \approx 1.4$ يتوقع أن يصيب عماد الهدف أول مرة عندما يطلق رصاصتين على الأكثر.
16	$P(X = 7) = (0.05)(0.95)^6 \approx 0.037$
17	$E(X) = 2 \Rightarrow \frac{1}{p} = 2$ $\Rightarrow p = \frac{1}{2}$ $P(X = 1) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^0 = \frac{1}{2}$
18	$P(X > 3) = (1 - p)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} = 0.125$

EDUMATHIX