اجابات الدرس الثاني

توزيع ذي الحدين

كتاب الطالب

EDUMATHIX

اجابات الدرس الثاني / توزيع ذي الحدين
كتاب الطالب

مسألة اليوم صفحة 62	
	$P(X=4)=\binom{7}{4}(0.6)^4(0.4)^3$ $=0.2903$
أتحقق من فهمي صفحة 63	
a	نبحث في تحقق الشروط الأربعة: - الشرط الأول: اشتمل التجربة على محاولات متكررة (تم إلقاء حجر النرد 20 مرة) وبما أن إلقاء الحجر في كل مرة منها لا يؤثر في نتيجة إلقاء الحجر في المرات الأخرى، فإن هذه المحاولات مستقلة. - الشرط الثاني: فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى ناتجين فقط، هما: النجاح (ظهور العدد 1) أو الفشل (عدم ظهور العدد 1) - الشرط الثالث: ثبات احتمال النجاح في كل محاولة، و هو $\frac{1}{6}$ - الشرط الرابع: وجود عدد محدد من المحاولات في التجربة و هو 20 إذن، تمثل هذه التجربة العشوائية تجربة احتمالية ذات حدين.
b	تتضمن هذه التجربة محاولات متكررة (اختيار 7 أشخاص)، وبما أن اختيار كل شخص يتأثر بنتائج اختيار الأشخاص السابقين له، فإن هذه المحاولات غير مستقلة. إذن، لا تمثل هذه التجربة العشوائية تجربة احتمالية ذات حدين.
أتحقق من فهمي صفحة 65	
a	$P(X=4)=\binom{5}{4}(0.1)^4(0.9)^1$ $=0.00045$
b	$P(X=6)=0$
c	$P(X\le 2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)$ $=\binom{5}{0}(0.1)^0(0.9)^5+\binom{5}{1}(0.1)^1(0.9)^4+\binom{5}{2}(0.1)^2(0.9)^3$ $=0.99144$
d	$P(X>2)=1-P(X\le 2)$ $=1-0.99144$ $=0.00856$

EDUMATHX

اجابات الدرس الثاني / توزيع ذي الحدين
كتاب الطالب

	تحقق من فهمي صفحة 66
a	التجربة العشوائية المذكورة هي ذات حدين، لأن هناك محاولات مستقلة متكررة (ضغط زر)، والنجاح هو الضغط على أحد أزرار العمليات الحسابية الأساسية ، والفشل هو الضغط على زر من باقي الأزرار، احتمال النجاح كل مرة ثابت وهو $p=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$، وعدد المحاولات محدد سلفًا هو $n=20$ ليكن X عدد مرات النجاح، $\Rightarrow X\sim B\left(20,\frac{1}{4}\right)$ $P(X=3)=\binom{20}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(1-\frac{1}{4}\right)^{20-3}=\binom{20}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^{17}\approx 0.134$
b	$P(X\geq 1)=1-P(X<1)$ $=1-P(X=0)$ $=1-\binom{20}{0}\left(\frac{1}{4}\right)^0\left(1-\frac{1}{4}\right)^{20}\approx 0.9968$
	تحقق من فهمي صفحة 67
	ليكن X عدد السيارات التي فيها عطل ضمن الألف سيارة، إذن، $X\sim B(1000,0.05)$ $E(X)=np=1000\times\frac{5}{100}=50$ إذن، يتوقع أن تكون في هذه الشحنة من السيارات خمسون سيارة بها هذا العطل الميكانيكي.
	تحقق من فهمي صفحة 68
a	$E(X)=400\times\frac{3}{8}=150$
b	$Var(X)=400\times\frac{3}{8}\times\frac{5}{8}=\frac{375}{4}$
	أتدرب وأحل المسائل صفحة 69
1	نبحث في تحقق الشروط الأربعة للتجربة الاحتمالية ذات الحدين: 1- اشتمال التجربة على محاولات متكررة (إلقاء قطعة النقد 80 مرّة)، وبما أن نتيجة إلقاء قطعة النقد لا تؤثر في نتيجة إلقائها في المحاولات اللاحقة، فإن هذه المحاولات مستقلة. 2- فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى نتيجين فقط هما: النجاح (ظهور الكتابة)، أو الفشل (عدم ظهور الكتابة). 3- ثبات احتمال النجاح في كل محاولة، وهو $\frac{1}{2}$ 4- وجود عدد محدد من المحاولات في التجربة، هو 80 إذن، تمثل هذه التجربة العشوائية تجربة احتمالية ذات حدين.

EDUMATHIX

اجابات الدرس الثاني / توزيع ذي الحدين
كتاب الطالب

2	نبحث في تحقق الشروط الأربعة للتجربة الاحتمالية ذات الحدين: 1- اشتمال التجربة على محاولات متكررة (إلقاء حجر النرد 20 مرّة)، وبما أن نتيجة إلقاء حجر النرد لا تؤثر في نتيجة إلقائه في المحاولات اللاحقة، فإن هذه المحاولات مستقلة. 2- فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى نتيجين فقط، هما: النجاح (ظهور العدد 4)، أو الفشل (عدم ظهور العدد 4). 3- ثبات احتمال النجاح في كل محاولة، وهو $\frac{1}{6}$ 4- وجود عدد محدد من المحاولات في التجربة، هو 20 إذن، تمثل هذه التجربة العشوائية تجربة احتمالية ذات حدين.
3	بما أن عدد المحاولات في هذه التجربة غير محدد، إذن، لا تمثل هذه التجربة العشوائية تجربة احتمالية ذات حدين.
4	$X \sim B(17, 0.64)$
5	$P(X=2) = \binom{10}{2}(0.2)^2(0.8)^8$ ≈ 0.302
6	$P(X=5) = \binom{10}{5}(0.2)^5(0.8)^5$ ≈ 0.026
7	$P(X<3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$ $= \binom{10}{0}(0.2)^0(0.8)^{10} + \binom{10}{1}(0.2)^1(0.8)^9 + \binom{10}{2}(0.2)^2(0.8)^8$ ≈ 0.678
8	$P(X \le 7) = 1 - (P(X=8) + P(X=9) + P(X=10))$ $= 1 - \left(\binom{10}{8}(0.2)^8(0.8)^2 + \binom{10}{9}(0.2)^9(0.8)^1 + \binom{10}{10}(0.2)^{10}(0.8)^0\right)$ ≈ 1
9	$P(X \ge 2) = 1 - (P(X=0) + P(X=1))$ $= 1 - \left(\binom{10}{0}(0.2)^0(0.8)^{10} + \binom{10}{1}(0.2)^1(0.8)^9\right)$ ≈ 0.624

EDUMATHX

اجابات الدرس الثاني / توزيع ذي الحدين
كتاب الطالب

10	$P(2 < X \le 8) = P(X=3) + P(X=4) + \cdots + P(X=8)$ $= 1 - \left(P(X=0) + P(X=1) + P(X=9) + P(X=10)\right)$ $= 1 - \left((0.8)^{10} + \binom{10}{1}(0.2)^1(0.8)^9 + \binom{10}{9}(0.2)^9(0.8)^1 + (0.2)^{10}\right)$ ≈ 0.624
11	$P(X=1) = \binom{3}{1}\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^2$ $= \frac{2}{9}$
12	$P(X>1) = 1 - P(X \le 1)$ $= 1 - \left(P(X=0) + P(X=1)\right)$ $= 1 - \left(\binom{3}{0}\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^3 + \binom{3}{1}\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)$ $= \frac{20}{27}$ **طريقة ثانية:** $P(X>1) = P(X=2) + P(X=3) = \binom{3}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^1 + \binom{3}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)^0 = \frac{20}{27}$
13	$P(0 \le X < 2) = P(X=0) + P(X=1)$ $= \binom{3}{0}\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^3 + \binom{3}{1}\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^2$ $= \frac{7}{27}$
14	إذا كان X يدل على عدد المرات التي يواجه الطيار فيها صعوبة في الرؤيا، فإن: $X \sim B\left(20, \frac{1}{4}\right)$ $P(X=3) = \binom{20}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^{17} \approx 0.134$

EDUMATHIX

اجابات الدرس الثاني / توزيع ذي الحدين
كتاب الطالب

15	$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - \big(P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)\big)$ $= 1 - \left(\binom{20}{0} \left(\frac{1}{4}\right)^0 \left(\frac{3}{4}\right)^{20} + \binom{20}{1} \left(\frac{1}{4}\right)^1 \left(\frac{3}{4}\right)^{19} + \binom{20}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^{18} \right)$ ≈ 0.909
16	$P(X=20) = \binom{20}{20} \left(\frac{1}{4}\right)^{20} \left(\frac{3}{4}\right)^0 = \left(\frac{1}{4}\right)^{20}$
17	$E(X) = np = (20)\left(\frac{1}{4}\right) = 5$ إذن، يتوقع أن يواجه الطيار صعوبة في الرؤيا 5 مرات.
18	$E(X) = 5(0.1) = 0.5$ $Var(X) = 5(0.1)(0.9) = 0.45$
19	$E(X) = 20\left(\frac{3}{8}\right) = 7.5$ $Var(X) = 20\left(\frac{3}{8}\right)\left(\frac{5}{8}\right) = 4.6875$
20	$P(X=3) = \binom{50}{3} (0.12)^3 (0.88)^{47}$ ≈ 0.083
21	$E(X) = 50(0.12) = 6$
22	$Var(X) = 50(0.12)(0.88) = 5.28$
23	$E(X) = 400 \times 0.3 = 120$

EDUMATHIX

اجابات الدرس الثاني / توزيع ذي الحدين
كتاب الطالب

24	$E(X)=1.4 \Rightarrow np=1.4 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (1)$ $Var(X)=1.12 \Rightarrow np(1-p)=1.12 \dots\dots\dots\dots\dots\dots (2)$ $\Rightarrow \frac{np(1-p)}{np}=\frac{1.12}{1.4}=\frac{4}{5}$ $\Rightarrow 5-5p=4$ $\Rightarrow p=\frac{1}{5} \quad , \quad n=7$ $P(X\geq 6)=P(X=6)+P(X=7)$ $=\binom{7}{6}\left(\frac{1}{5}\right)^6\left(\frac{4}{5}\right)^1+\binom{7}{7}\left(\frac{1}{5}\right)^7\left(\frac{4}{5}\right)^0$ $=28\left(\frac{1}{5}\right)^7+\left(\frac{1}{5}\right)^7 \approx 0.0003712$
25	$P(X\geq 1)=1-P(X<1)$ $=1-P(X=0)$ $=1-\binom{3}{0}(p)^0(1-p)^3$ $\Rightarrow \frac{215}{216}=1-\binom{3}{0}(p)^0(1-p)^3$ $\Rightarrow \frac{215}{216}=1-(1-p)^3$ $\Rightarrow (1-p)^3=1-\frac{215}{216}$ $\Rightarrow (1-p)^3=\frac{1}{216}$ $\Rightarrow 1-p=\frac{1}{6}$ $\Rightarrow p=1-\frac{1}{6}$ $\Rightarrow p=\frac{5}{6}$ $P(X=2)=\binom{3}{2}\left(\frac{5}{6}\right)^2\left(\frac{1}{6}\right)^1=\frac{25}{72}$

EDUMATHIX

اجابات الدرس الثاني / توزيع ذي الحدين
كتاب الطالب

26	$Var(X) = 100p(1-p) \Rightarrow 24 = 100p(1-p)$ $\Rightarrow 24 = 100p - 100p^2$ $\Rightarrow 100p^2 - 100p + 24 = 0$ $\Rightarrow 25p^2 - 25p + 6 = 0$ $\Rightarrow (5p-3)(5p-2) = 0$ $\Rightarrow p = \frac{3}{5} \ , \ p = \frac{2}{5}$
27	بما أن لكل فقرة 4 علامات، وحصل رامي على العلامة 76، معناه أن رامي قد أجاب بشكل صحيح على 19 فقرة من أصل 25 فقرة في هذا الاختبار. بما أن كل فقرة لها 4 بدائل واحدة منها فقط صحيحة، إذن احتمال اختيار البديل الصحيح هو $\frac{1}{4}$ $P(X=19) = \binom{25}{19}\left(\frac{1}{4}\right)^{19}\left(\frac{3}{4}\right)^{6}$ $= 0.000000011467$

EDUMATHIX

اجابات الدرس الثاني

توزيع ذي الحدين

كتاب التمارين

EDUMATHIX

اجابات الدرس الثاني / توزيع ذي الحدين
كتاب التمارين

1	$P(X=18)=\binom{20}{18}\left(\frac{1}{8}\right)^{18}\left(\frac{7}{8}\right)^{2}\approx 8.075\times 10^{-15}\approx 0$
2	$P(X\le 3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)$ $=\binom{20}{0}\left(\frac{1}{8}\right)^{0}\left(\frac{7}{8}\right)^{20}+\binom{20}{1}\left(\frac{1}{8}\right)^{1}\left(\frac{7}{8}\right)^{19}+\binom{20}{2}\left(\frac{1}{8}\right)^{2}\left(\frac{7}{8}\right)^{18}+\binom{20}{3}\left(\frac{1}{8}\right)^{3}\left(\frac{7}{8}\right)^{17}$ ≈ 0.765
3	$P(1<X\le 3)=P(X=2)+P(X=3)$ $=\binom{20}{2}\left(\frac{1}{8}\right)^{2}\left(\frac{7}{8}\right)^{18}+\binom{20}{3}\left(\frac{1}{8}\right)^{3}\left(\frac{7}{8}\right)^{17}\approx 0.4984$
4	$P(X=3)=\binom{10}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^{3}\left(\frac{3}{5}\right)^{7}\approx 0.215$
5	$P(X\ge 3)=1-P(X<3)=1-\big(P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)\big)$ $=1-\left(\binom{10}{0}\left(\frac{2}{5}\right)^{0}\left(\frac{3}{5}\right)^{10}+\binom{10}{1}\left(\frac{2}{5}\right)^{1}\left(\frac{3}{5}\right)^{9}+\binom{10}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^{2}\left(\frac{3}{5}\right)^{8}\right)\approx 0.167$
6	$P(X=0)=\binom{10}{0}\left(\frac{2}{5}\right)^{0}\left(\frac{3}{5}\right)^{10}\approx 0.006$
7	$E(X)=np \Rightarrow 10=n(0.04)$ $\Rightarrow n=250$ عدد الأشخاص الذين يلزم إشراكهم في العينة العشوائية من السكان هو 250 شخصًا

EDUMATHX

اجابات الدرس الثاني / توزيع ذي الحدين
كتاب التمارين

8	$E(X) = np = 40(0.2) = 8$ $Var(X) = \sigma^2 = np(1-p) = 40(0.2)(0.8) = 6.4$
9	$E(X) = np = 280(0.4) = 112$ $Var(X) = \sigma^2 = np(1-p) = 280(0.4)(0.6) = 67.2$
10	$E(X) = np = 48\left(\frac{1}{6}\right) = 8$ $Var(X) = \sigma^2 = np(1-p) = 48\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right) \approx 6.67$
11	ليكن X عدد الأشخاص المصابين بالسكري من بين الـ 12000. $\Rightarrow X \sim B(12000, 0.09)$ $E(X) = np = 12000(0.09) = 1080$

EDUMATHIX